

数学分析II复习

涂思铭

中山大学数学学院（珠海）

- 1 再论实数系
- 2 数项级数
- 3 函数项级数
- 4 幂级数
- 5 傅里叶级数
- 6 多元函数的极限与连续性
- 7 本学期课程和后续课程的联系

- ① 实数连续性的等价描述
- ② 柯西收敛原理
- ③ 闭区间上函数的连续性
- ④ 可积性

这一章需要注意的一些问题：

- $\epsilon - \delta$ 语言去描述数列和函数的收敛
- 实数连续性等价命题的综合应用

数项级数

- 级数的收敛性
- 正项级数及其收敛的判别法
- 一般项级数
- 无穷级数与代数运算

这一章需要注意的一些问题：

- $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ 仅仅是 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛的必要条件，而不是充分条件。
- 比较判别法是正项级数收敛性判别的基本出发点。要注意比较判别法对于一般项级数来说，只有绝对收敛情况才有效。
- 莱布尼茨判别法只适用于交错级数。
- 狄利克雷判别法和阿贝尔判别法的条件。

- 无穷限广义积分
- 瑕积分

这一章需要注意的一些问题：

- $\int_a^\infty \frac{dx}{x^p} (a > 0)$ 的收敛性，其中 p 为任意实数。
- $\int_0^a \frac{dx}{x^p} (a > 0)$ 的收敛性，其中 p 为任意实数。

- ① 函数项级数的一致收敛性及其判别法
- ② 函数项级数的逐项求导和逐项积分

这一章需要注意的一些问题：

- 收敛，内闭一致收敛，一致收敛，考察例子 $x^n, x \in [0, 1]$
- 判别法的综合应用
- 逐项求导和逐项积分不要忘记验证需要满足的条件

- ① 幂级数的收敛与一致收敛
- ② 函数的幂级数展开

这一章需要注意的一些问题：

- 判断幂级数的收敛域注意边界上的收敛性
- 幂级数的收敛半径的计算
- 对幂级数逐项求导时注意常数项
- 常见函数的幂级数展开： $\frac{1}{1-x}$, e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\alpha$.

- ① 傅里叶级数的收敛性
- ② 任意区间上的傅里叶级数

这一章需要注意的一些问题：

- 若 $f(x)$ 以 2π 为周期，且在 $[-\pi, \pi]$ 逐段可微，则 $f(x)$ 的傅里叶级数在 $f(x)$ 的连续点收敛到 $f(x)$ 的连续点收敛到 $f(x)$ ，在 $f(x)$ 的不连续点（第一类间断或可去间断）收敛到 $\frac{f(x+0)+f(x-0)}{2}$
- 对于常见的函数计算其傅里叶级数
- 傅里叶级数的应用：计算一些特殊级数的和
- 计算傅里叶级数分部积分是注意常数项

多元函数的极限与连续性

这一章是数学分析III的基础。

注意多元和一元的对比。

本学期课程和后续课程的联系

- 幂级数—复变函数（解析函数）
- 可积性—实变函数（勒贝格积分），数值分析（数值积分）
- 傅里叶分析—泛函分析，信号处理，调和分析，概率论（特征函数）