

习题3

截止时间：4月15日

习题1. 证明无限维赋范向量空间的任何紧子集的内部是空集.

习题2. 证明开集的凸包仍为开集.

习题3. 设 S 是 n 维线性空间的子集. 则 S 凸包中的每一个点都是 S 中至多 $n + 1$ 个点的凸组合.

习题4. P75 1.6.9.

习题5. 在 $L^2[-1, 1]$ 上考虑线性无关的函数列

$$v_n(x) := x^n, \quad -1 \leq x \leq 1, n = 0, 1, \dots$$

利用Gram-Schmidt正交化方法把其化为标准正交系, 并验证其为完备的.

习题6. 我们用共轭双线性函数诱导了一个二次型, 现在我们考虑一系列二次型的极限(逐点意义下), 那么该极限是不是一个共轭双线性函数诱导的二次型呢?

习题7. 你对本科毕业后有什么计划? 你想知道泛函分析在哪些方面的应用(已知或潜在的)?

习题8 (附加题). 在一个希尔伯特空间里是否存在这样一组完备的集合, 去掉任意一个元素依然是完备的, 但是去掉任意两个元素就不是完备的?