第 7 次作业

截止日期：4 月 10 日

习题 1. 课本习题 2.35.

习题 2. 课本习题 2.42.

习题 3. 课本习题 2.43.

习题 4. 课本习题 2.45.

习题 5. 课本习题 4.3.

习题 6. 课本习题 4.5.

习题 7. 设 T 为一个在 0 和 N 两点各有一个吸收壁，初始点为 k $(0 \le k \le N)$ 的简单随机游动从初始状态到被吸收所经历的时间. 证明 $P(T < \infty) = 1$，以及对任意 $k \ge 1$ 有 $E[T^k] < \infty$.

习题 8. 设 $\{X_m : m \ge 1\}$ 为一列取整数值的独立同分布随机变量，满足 $P(X_1 \ge -1) = 1$. 给定整数 $k \ge 0$，设 S_n 为由 $S_n = k + X_1 + X_2 + \cdots + X_n$ 定义的 (广义) 随机游动. 记 $T = \inf\{n \ge 0 : S_n = 0\}$ 为 0 的碰撞时间.

应用归纳法证明当 $n \ge 1$, $k \ge 0$ 时有 $P(T = n) = (k/n)P(S_n = 0)$.

习题 9 (附加题)**.** 设 $\{I_r : 1 \le r \le n\}$ 为相互独立的参数分别为 $\{p_t : 1 \le r \le n\}$ 的 Bernoulli 随机变量，且满足存在常数 $c < 1$ 使得对任意 r 有 $p_r \le c$. 设 $\lambda = \sum_{r=1}^n p_r$，$X = \sum_{r=1}^n I_r$. 证明

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}\{1 + O(\lambda \max_r p_r + \frac{k^2}{\lambda}\max_r p_r)\}.$$