

## 第 3 次大作业

截止日期：5 月 28 日

习题 1. 设二维随机变量  $(X, Y)$  在矩形  $G = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$  上服从均匀分布, 求边长为  $X$  和  $Y$  的矩形面积  $S$  的概率密度  $f(s)$ .

习题 2. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 且都服从区间  $(0, 1)$  上的均匀分布, 求  $P(X^2 + Y^2 \leq 1)$ .

习题 3. 设  $a$  是常数,  $(X, Y)$  有联合密度

$$f(x, y) = \begin{cases} ax^2y, & x^2 < y < 1, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

求  $X, Y$  的边缘密度.  $X$  和  $Y$  是否独立?

习题 4. 设  $X_1, \dots, X_n$  是一列相互独立的随机变量,  $X_i \sim N(\mu_i, 1)$ . 设  $Y = X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2$ . 求  $Y$  的特征函数.

习题 5. 将长为  $L$  的棒随机地折成  $n$  段, 求这  $n$  段构成一个  $n$  边形的概率.

习题 6. 设  $X_1, X_2, \dots, X_n \sim \text{Unif}(0, 1)$ , 其顺序统计量为  $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$ . 求  $E[X_{(r)}]$  和  $\text{Cov}(X_{(r)}, X_{(s)}), r \leq s$ .