

第 1 次作业

截止日期：3 月 11 日

习题 1. 如果 Z_0, Z_1, \dots 是独立同分布的随机变量, 定义 $X_n = Z_0 + Z_1 + \dots + Z_n$, 证明 $\{X_n, n = 0, 1, \dots\}$ 是平稳独立增量过程.

习题 2. 某宠物商店每个月初订购一次猫粮 (单位: 千克), 以满足该月的销售需求. 假设每月的需求服从参数为 λ 的指数分布. 如果商店猫粮的进价为 c 元每千克, 售价为 $s (s > c)$ 元每千克. 假定月底剩下的存货因为过期毫无价值, 而且商店不会因为进货量不足而受到额外损失. 那么该商店因订购多少猫粮使得期望利润最大? 如果存货能以每千克 $r (r < \min(s, c))$ 元的价格退回, 那么最佳订购量又是多少?

习题 3. 设 $\{N(t)\}$ 是强度为 λ 的泊松过程, $0 \leq s < t$. 验证在条件 $N(t) = n$ 下, $N(s)$ 服从二项分布 $\mathcal{B}(n, s/t)$.