

第 3 次作业

截止日期：3 月 17 日

习题 1. 课本 P43 练习 2.2 (3).

证明. 我们验证 $\{M(t)\}$ 满足泊松过程的定义.

首先 $M(0)$ 和 $N(0)$ 具有相同分布所以 $M(0) = 0$.

齐次, 对于任意正整数 n 以及

$$0 \leq t_1 < t_2 < \cdots < t_n,$$

由于 $(M(t_1), \cdots, M(t_n))$ 与 $(N(t_1), \cdots, N(t_n))$ 同分布, 所以

$$M(t_0, t_1], M(t_1, t_2], \cdots, M(t_{n-1}, t_n]$$

与

$$N(t_0, t_1], N(t_1, t_2], \cdots, N(t_{n-1}, t_n]$$

具有相同的联合分布和边缘分布, 所以我们有他们相互独立.

由于 $(M(t), M(t+s))$ 与 $(N(t), N(t+s))$ 具有相同的分布, 所以 $M(s, t+s]$ 和 $N(s, t+s]$ 具有相同的分布, 即参数为 λt 的泊松分布. $\square$

习题 2. 课本 P46 练习 2.3 (1).

习题 3. 课本 P68 习题 2.10.

习题 4. 课本 P68 习题 2.20.

解. 由题意, 人造卫星路过靶场上空的过程是一个泊松过程, 记第 n 次到达的时间为 S_n . 时刻 t 之后第一次有卫星路过的时刻为 $S_{N(t)+1}$. 记 $R(t) = S_{N(t)+1} - t$, 则 $R(t) \sim \mathcal{E}(\lambda)$. 在时刻 t 发射的导弹不被卫星监测当且仅当 $R(t) > s$. 于是我们知在时刻 T 发射的导弹不被卫星监测的概率为

$$P(R(t) > s) = e^{-\lambda s}. \quad \square$$