

# 第 1 次作业

截止日期：3 月 17 日

**习题 1.** 如果  $Z_0, Z_1, \dots$  是独立同分布的随机变量, 定义  $X_n = Z_0 + Z_1 + \dots + Z_n$ , 证明  $\{X_n, n = 0, 1, \dots\}$  是平稳独立增量过程.

**习题 2.** 在某高速公路上超速的汽车形成平均每小时 3 辆的泊松过程, 用  $T$  表示监测雷达记录到  $n$  辆超速汽车所用的时间. 计算  $P(T > t)$ .

**习题 3.** 一个二维 Poisson 过程是一个在平面上随机发生的事件的过程, 它满足

- (1) 对于面积为  $A$  的任何区域, 在这个区域中的事件个数具有均值为  $\lambda A$  的 Poisson 分布.
- (2) 在不相交的区域中的事件个数是独立的.

对于这样的过程, 考察平面中的一个任意的点, 而以  $X$  记它到最近的事件的 (欧式) 距离. 证明:

$$(1) P\{X > t\} = e^{-\lambda\pi t^2},$$

$$(2) E[X] = \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}.$$

**习题 4.** (选做) 设随机过程  $Z(t) = X \sin t + Y \cos t$ , 其中  $X$  和  $Y$  是相互独立的二元随机变量, 他们都分别以  $2/3$  和  $1/3$  的概率取值  $-1$  和  $-2$ .

1. 求  $Z(t)$  的均值函数和自相关函数;
2.  $Z(t)$  是否为宽平稳过程, 是否为严平稳过程?